

$\alpha = 1$ n'est pas une racine d'équation caractéristique

$$y_p(n) = (an + b) e^n \quad (1)$$

$$y_p'(n) = a e^n + e^n (an + b)$$

on remplace

$$y_p''(n) = a e^n + e^n (an + b) + a e^n$$

dans (*)

$$(*) : \cancel{e^n} (9an + 6a + 9b) = (2n + 1) \cancel{e^n}$$

par identification :

$$\begin{cases} 9a = 2 \\ 6a + 9b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{9} \quad (1)$$
$$\Rightarrow b = -\frac{1}{27} \quad (1)$$

$$y_p(n) = \left(\frac{2}{9} n - \frac{1}{27} \right) e^n \quad (1)$$

$$y(n) = e^{-2n} \left(c_1 + c_2 n \right) + \left(\frac{2}{9} n - \frac{1}{27} \right) e^n \quad (1)$$